

► 6. Problemas dirigidos

► 6.6 Puntos notables

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Objetivos

Se pretende ejemplificar el uso de GeoGebra como ayuda en la exploración, descubrimiento o comprobación de lugares geométricos. Hemos elegido algunos derivados de los puntos notables de un triángulo.

USO DE GEOGEBRA

Herramientas

Usaremos las siguientes herramientas.

	Punto		Intersección		Centro
	Recta		Perpendicular		Bisectriz
	Lugar		Polígono		Circunferencia
	Circunferencia-3-puntos		Casilla		

 Los objetos creados por las herramientas con fondo verde son desplazables (a no ser que su definición se base en puntos que no sean libres).

Construcción paso a paso

 Antes de empezar, puede ser buena idea echar un vistazo al "Ejemplo de construcción" que se encuentra en esta página. Incluso podemos ayudarnos de la **Barra de Navegación** para realizar un rápido recorrido por los pasos.

Preparamos el escenario.



Preparación

 No

 No

 Desactiva

Construimos la figura, de tal forma que uno de los vértices del triángulo descansa sobre una circunferencia.

Etapa 1

- Herramienta  **Punto**. Creamos los puntos A, B, D y E (renombramos el punto C como E).
- Herramienta  **Circunferencia**. Creamos la circunferencia de centro D que pasa por E.
- Herramienta  **Punto**. Colocamos un punto C en esa circunferencia.
- Herramienta  **Polígono**. Creamos el triángulo ABC. En las propiedades de los segmentos que se crean, activamos la opción de admitir intersecciones en las prolongaciones.

Construimos los puntos notables del triángulo.

Etapa 2

- Herramienta  **Circunferencia-3-puntos**. Creamos la circunferencia que pasa por A, B y C.
- Herramienta  **Centro**. Indicamos el centro de la circunferencia anterior (circuncentro del triángulo). Ocultamos la circunferencia anterior.
- Entrada: $(A + B + C) / 3$ (Esto crea el baricentro.)
- Herramienta  **Recta**. Trazamos la recta que pasa por el circuncentro y el baricentro (recta de Euler).
- Herramienta  **Perpendicular**. Trazamos dos alturas del triángulo.
- Herramienta  **Intersección**. Indicamos el punto de corte de las dos alturas (ortocentro). Ocultamos las perpendiculares anteriores.
- Herramienta  **Bisectriz**. Trazamos dos bisectrices interiores del triángulo.
 -  Si para trazar una bisectriz hacemos clic sobre dos lados, aparecerá la bisectriz interior y la exterior. Si no se desea que también aparezca la exterior, hacer clic sobre los tres vértices (indicando así el ángulo a bisecar).
- Herramienta  **Intersección**. Indicamos el punto de corte de las dos bisectrices interiores (incentro). Ocultamos las bisectrices.

Mostramos los lugares geométricos correspondientes a los distintos puntos notables al recorrer el punto C la circunferencia. Para poder elegir qué se muestra en cada momento, añadimos unas casillas de control.

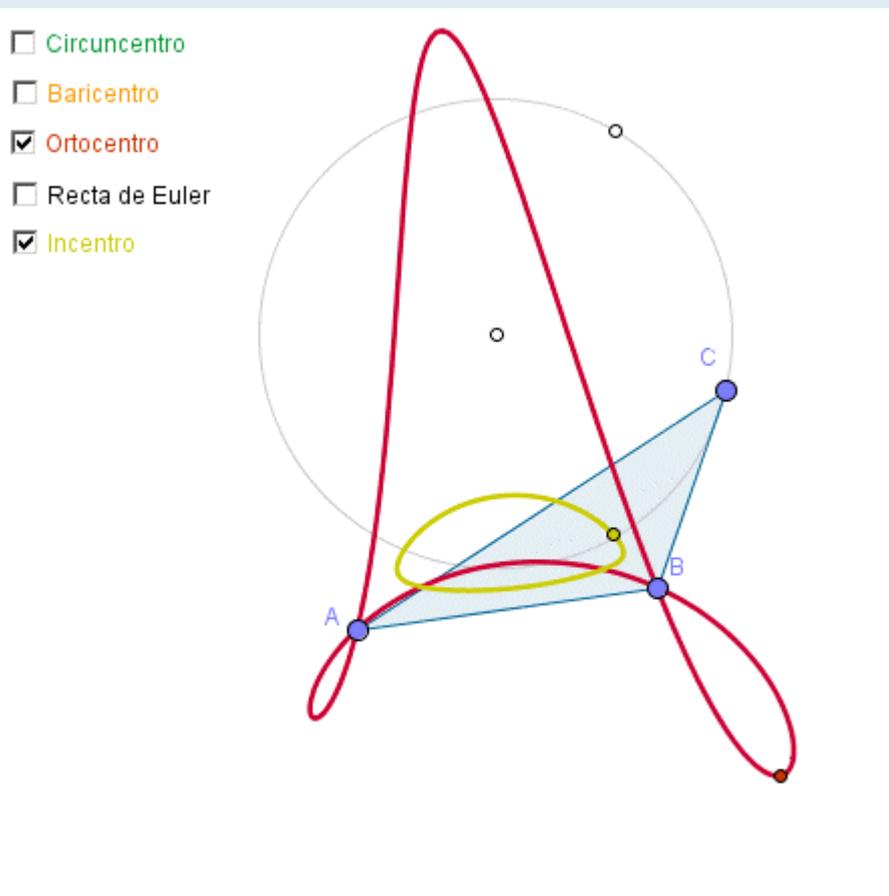
Etapa 3

- Herramienta  **Lugar**. Sucesivamente, hacemos clic sobre el circuncentro y C, el baricentro y C, el ortocentro y C, y finalmente, el incentro y C.
- Herramienta  **Casilla**. Indicamos en cada caso el nombre de la casilla (Circuncentro, Baricentro, Ortocentro, Recta de Euler, Incentro) y los objetos a mostrar u ocultar (los puntos y lugares geométricos correspondientes).

Como siempre, completamos la construcción intentando mejorar el estilo y distribución de los objetos. La visualización temporal de la cuadrícula nos puede ayudar a alinear las casillas de control.

Ejemplo de construcción

Puntos notables

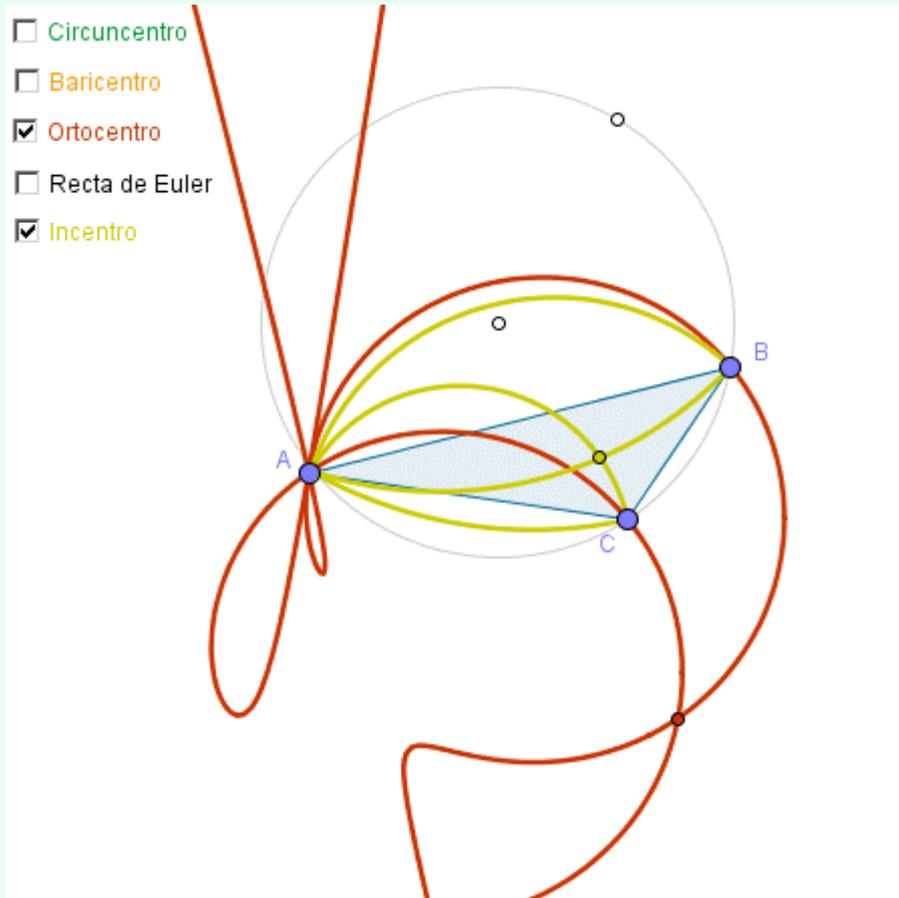


[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)



Propuesta de construcción

Realizar una construcción similar, algo menos general, con dos vértices del triángulo sobre la circunferencia. Ahora, para cada punto notable, se deberán crear dos lugares geométricos (según gire sobre la circunferencia un vértice u otro):



Comentarios

Dependiendo del nivel de conocimientos y experiencia de nuestros alumnos podemos usar esta construcción u otras similares para:

- a) Comprobar que se cumple alguna relación (como la alineación del circuncentro, baricentro y ortocentro), o que se forma un lugar geométrico determinado para algunos puntos notables (como la circunferencia del baricentro).
- b) Invitar a que descubran resultados sobre los puntos notables, sugiriendo preguntas clave.
- c) Invitar a que construyan ellos mismos la figura.
- d) Invitar a que descubran resultados sobre los lugares geométricos.
- e) Invitar a que demuestren algunas propiedades, añadiendo si es preciso algunos elementos auxiliares a la construcción.

 Investigación:

- ¿Para qué tipos de triángulos el incentro también descansará en la recta de Euler?
- ¿Si conocemos las posiciones del baricentro y del circuncentro de un triángulo (pero nada más), podemos determinar el ortocentro?
- ¿Se puede deducir el complejo lugar geométrico del ortocentro de los sencillos lugares del baricentro y circuncentro?
- ¿Qué sucede con los lugares cuando el triángulo es rectángulo?
- ¿En qué se diferencian los lugares de los triángulos acutángulos y obtusángulos?
- ¿Qué sucede cuando el circuncentro coincide con el centro del círculo donde descansa C ?